III SKYRIUS

ŠVIESOS SKLIDIMAS ANIZOTROPINĖSE TERPĖSE

3.1. KRISTALŲ OPTIKOS PAGRINDAI

Šviesos sklidimas anizotropinėje terpėje turi savitus ypatumus. Anizotropinei terpei būdinga skirtingos savybės priklausomai nuo krypties. Galima įvairių savybių anizotropija – mechaninių, elektrinių, optinių ir t. t. Medžiagos savybių anizotropiją nusako medžiagos sandara, ir gamtoje sutinkama kaip natūralios, taip ir dirbtinės prigimties. Panagrinėsime *optinę anizotropiją*, t. y. optinių savybių skirtumus įvairiomis kryptimis, kurios labiausiai išryškėja kristalinėse terpėse.

Optinis kristalų savitumą nusako jų struktūros anizotropija. Yra dviejų rūšių kristalų – kietieji ir skystieji. Kietuosiuose kristaluose dalelės (atomai, jonai, molekulės) išsidėstę visomis trimis kryptimis tvarkingai. Kietajame kristale yra kristalinė gardelė. Skystuosiuose kristaluose tokios gardelės nėra. Skystųjų kristalų savybės yra tarpinės tarp kristalų ir skysčių. Tokioje būsenoje kai kurios medžiagos gali būti tam tikrame, būdingame kiekvienai iš jų, temperatūrų intervale. Tokia medžiaga žemesnėse temperatūrose yra kietasis kristalas, o aukštesnėse – amorfinis skystis.

Terpės anizotropiją optiniu požiūriu lemia skirtinga terpės geba reaguoti į krintančiosios šviesos poveikį, priklausomai nuo jos sklidimo krypties. Reagavimas pasireiškia elektros krūvių poslinkiu veikiant šviesos bangos laukui. Optiškai anizotropinėse terpėse šis poslinkis priklauso nuo krypties, t. y. terpės dielektrinė skvarba (kartu ir lūžio rodiklis) skirtinga įvairioms šviesos bangos elektrinio vektoriaus kryptims. Kitaip tariant, terpės lūžio rodiklis (kartu ir šviesos greitis) priklauso nuo šviesos bangos sklidimo krypties ir jos poliarizacijos plokštumos orientacijos. Todėl anizotropinėje terpėje bangos paviršius, t. y. paviršius, iki kurio per tam tikrą laiką ateina šviesos trikdys, skiriasi nuo sferos, kuri būdinga izotropinei terpei, kurioje šviesos sklidimo greitis visomis kryptimis yra vienodas.

Šviesos sklidimas anizotropinėje terpėje dažniausiai nagrinėjamas Maksvelo lygčių pagalba. Elektromagnetinė šviesos teorija smulkiai aprašo visus reiškinius, stebimus bandymo metu ir susietus su natūraliąja optine anizotropija. Be to, ši teorija pajėgi susieti elektrinę (kartu ir optinę) anizotropiją su medžiagos molekuline struktūra, t. y. su atomų ir molekulių išsidėstymu kristalinėje gardelėje. Šioje teorijoje yra daug sudėtingų matematinių išraiškų, todėl apsiribosime pagrindų formulavimu ir kokybiniu kristale sklindančiųjų bangų pagrindinių savybių nagrinėjimu.

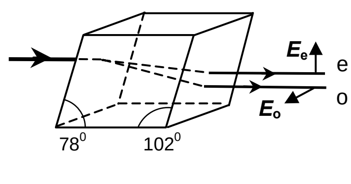
Pradžioje panagrinėsime kai kuriuos eksperimentus, rodančius perėjusiosios kristalą šviesos ypatumais.

Dvejopas spindulių lūžis – šviesos spindulio dvejinimasis jam sklindant anizotropinėje terpėje dėl lūžio rodiklio (kartu ir bangos greičio) priklausomybės nuo bangos poliarizacijos ir bangos vektoriaus orientacijos kristalografinių ašių atžvilgiu, t. y. nuo sklidimo krypties. Krintant šviesos bangai į anizotropinės terpės paviršių, terpėje atsiranda dvi lūžusios skirtingos poliarizacijos bangos, sklindančios skirtingomis kryptimis nevienodais greičiais. Dvejopas spindulių lūžis pirmą kartą stebėtas 1670 m. pereinant šviesai kalcitą (Islandijos špatą). Tai rombaedrinės sistemos kristalas, geriausia medžiaga dvejopo spindulių lūžio reiškiniui atsirasti, tirti ir naudoti. Kūbinės gardelės kristalai (NaCl) nepasižymi dvejopu spindulių lūžiu, jie yra optiškai izotropinės medžiagos.

Dvejopas spindulių lūžis stebimas ne tik natūraliose anizotropinėse terpėse, bet ir terpėse su dirbtine anizotropija, atsirandančia dėl asimetrinės deformacijos, vidinių įtempimų (*fototamprumas*), veikiant akustiniam laukui (*akustooptika*), veikiant elektriniam (*Kero reiškinys*) arba magnetiniam (*Kotono-Mutono reiškinys*) laukui, anizotropiniu kaitinimu. Skysčiuose gali susikurti dvejopas spindulių lūžis srovėse, jei skysčio arba ištirpintos medžiagos molekulės yra ne sferinės su anizotropiniu poliarizuojamumu. Sugeriančiuse kristaluose dvejopas spindulių lūžis gan sudėtingas, nes bangos sugeriančiose terpėse yra nevienalytės ir sugertis anizotropinė (žr. *Dichroizmas*).

Dvejopo spindulių lūžio reiškiniu grindžiama įvairių rūšių šviesos poliarizatorių veikimas, gaminamos poliarizacinės prizmės bei poliaroidai.

Jei į pakankamai storą kalcito kristalą nukreipti siaurą šviesos pluoštelį, tai po lūžimo susidaro du šviesos pluošteliai (3.1.1 pav.) net ir tada, kai pirminis pluoštelis į kristalo sienelę krinta statmenai. Lūžęs pluoštelis skyla į du: vienas yra



3.1.1 pav. Šviesos sklidimas per kalcitą kritusiojo tęsinys, o kitas nukrypsta ir jo lūžio kampas nelygus nuliui. Dėl šio reiškinio ir kitų nuokrypių nuo įprastųjų lūžio dėsnių pirmasis pluoštelis vadinamas *paprastuoju* (o), o antrasis – *nepaprastuoju* (e). Paprastojo spindulio atžvilgiu kalcito lūžio rodiklis n_o yra vienodas bet kokiam spindulio kritimui į kristalą, o neparastojo spindulio – n_e priklauso nuo jo krypties.

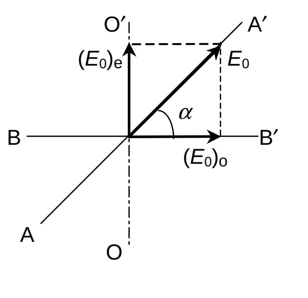
Priklausomai nuo kristalų savybių ir simetrijos pasireiškia tiesinis arba elipsinis dvejopas spindulių lūžis.

Skaidriuose nemagnetiniuose kristaluose be erdvinės dispersijos pasireiškia tiesinis dvejopas spindulių lūžis – atsiranda dvi tiesiai poliarizuotos bangos, kurių magnetinės indukcijos vektoriai (kartu ir magnetinio lauko vektoriai) tarpusavyje statmeni. Skaidriuose magnetiniuose kristaluose be erdvinės dispersijos taip pat pasireiškia tiesinis dvejopas spindulių lūžis, tačiau susikūrusių dviejų bangų indukcijos vektoriai ne ortogonalūs. Skaidriuose nemagnetiniuose kristaluose su erdvine dispersija krintančioji banga skyla į dvi elipsiškai poliarizuotas, sklindančias skirtingomis kryptimis nevienodais greičiais. Jų elipsių ašys ortogonalios, o indukcijos vektorių galų judėjimo kryptys priešingos – pasireiškia elipsinis dvejopas spindulių lūžis.

Priklausomai nuo anizotropinės terpės simetrijos joje yra kelios išskirtinės kryptys, palei kurias nepasireiškia dvejopas spindulių lūžis. Šios kryptys vadinamos *optinėmis ašimis*. Gali būti ir *izotropinės ašys*, palei kurias bet kokios poliarizacijos bangos sklinda vienodu greičiu, ir *apskritos ašys*, palei kurias be dvejopo spindulių lūžio sklinda tik tam tikro ženklo apskritai poliarizuota banga. Skaidriuose žemesnės singonijos kristaluose paprastai yra dvi izotropinės ašys.

Plokštuma, kurioje yra optinė kristalo ašis ir šviesos bangos fronto sklidimo kryptis (spindulys), vadinama *vyriausiąja kristalo plokštuma.*

Paprastoji ir nepaprastoji bangos susikūrusios kalcite yra visiškai tiesiai poliarizuotos tarpusavyje statmenose plokštumose. Paprastosios bangos elektrinio vektoriaus virpesiai yra statmeni vyriausiajai plokštumai, o nepaprastosios – lygiagretūs.



3.1.2. pav. Paprastojo ir nepaprastojo spindulių vektorių padėtys kristale

Kai į kalcitą krinta natūralioji šviesa, tai paprastojo ir nepaprastojo spindulių intensyvumai yra vienodi. Tarkim, kad į kristalą krinta tiesiai poliarizuota šviesa. Bendruoju atveju iš kristalo išeis du tiesiai poliarizuoti nevienodo intensyvumo spinduliai. 3.1.2 pav. (spindulys krinta statmenai brėžinio plokštumai) pavaizduota: OO′ – kristalo optinė ašis, nepaprastosios bangos elektrinio vektoriaus virpesių linkmė; BB′ – paprastosios bangos elektrinio vektoriaus virpesių linkmė; AA′ – krintančiosios į kristalą plokščiosios bangos elektrinio vektoriaus virpesių linkmė. Elektrinio vektoriaus amplitudės išreiškiamos taip:

$$(E_0)_o = E_0 \cos\alpha; \ (E_0)_e = E_0 \sin\alpha .$$

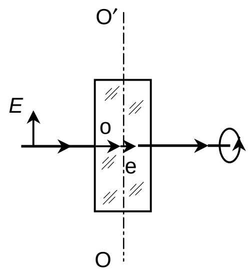
Kadangi intensyvumas proporcingas amplitudės kvadratui, tai

$$I_o = I\cos^2\alpha; \ \ I_e = I\sin^2\alpha .$$

Iš čia išplaukia *Maliu* (Malus) *taisyklės*:

$$\frac{I_e}{I_o} = \mathrm{tg}^2\alpha; \quad I_o + I_e = I .$$

Panagrinėsime šviesos sklidimą vienaašiame kristale statmenąja optinei ašiai linkme. Paimsime gretasienę kristalo plokštelę, kurios briaunos išpjautos palei optinę ašį (3.1.3 pav.). Iš bandymo nustatyta, kad statmenai krintantis šviesos pluoštelis plokštelėje sklinda pirmykšte linkme, bet pereinant plokštelę šviesos poliarizacijos pobūdis pakinta. Jei krinta tiesiai poliarizuota šviesa, perėjusi šviesa bendruoju atveju bus elipsiškai poliarizuota. Poliarizacijos pokytis lengvai suprantamas, jei banga suskirstoma į dvi dedamąsias: vienoje bangoje elektrinis vektorius virpa lygiagrečiai su optine ašimi, kitoje – statmenai optinei ašiai. Šios dedamosios sklinda skirtingais greičiais ir plokštelėje tarp jų susidaro fazių skirtumas.



3.1.3 pav. Šviesos sklidimas per kristalo plokštelę

Šių bangų greičių skirtumą galima aiškinti elektronine dispersijos teorija. Vienodiems atomo optinių elektronų poslinkiams palei optinę ašį ir jai statmenąja kryptimi atitinka skirtingos kvazielastinės gražinamosios jėgos. Dėl to skirsis ir elektronų nuosavųjų virpesių dažniai tarpusavyje statmenomis kryptimis. Kadangi atomo poliarizuotumas nusakomas krintančiosios šviesos dažnio ir nuosavųjų elektronų virpesių dažnių kvadratų skirtumu, tai skirtingoms šviesos bangos elektrinio vektoriaus virpesių kryptims atitinka skirtingos poliarizuotumo, dielektrinės skvarbos bei lūžio rodiklio vertės.

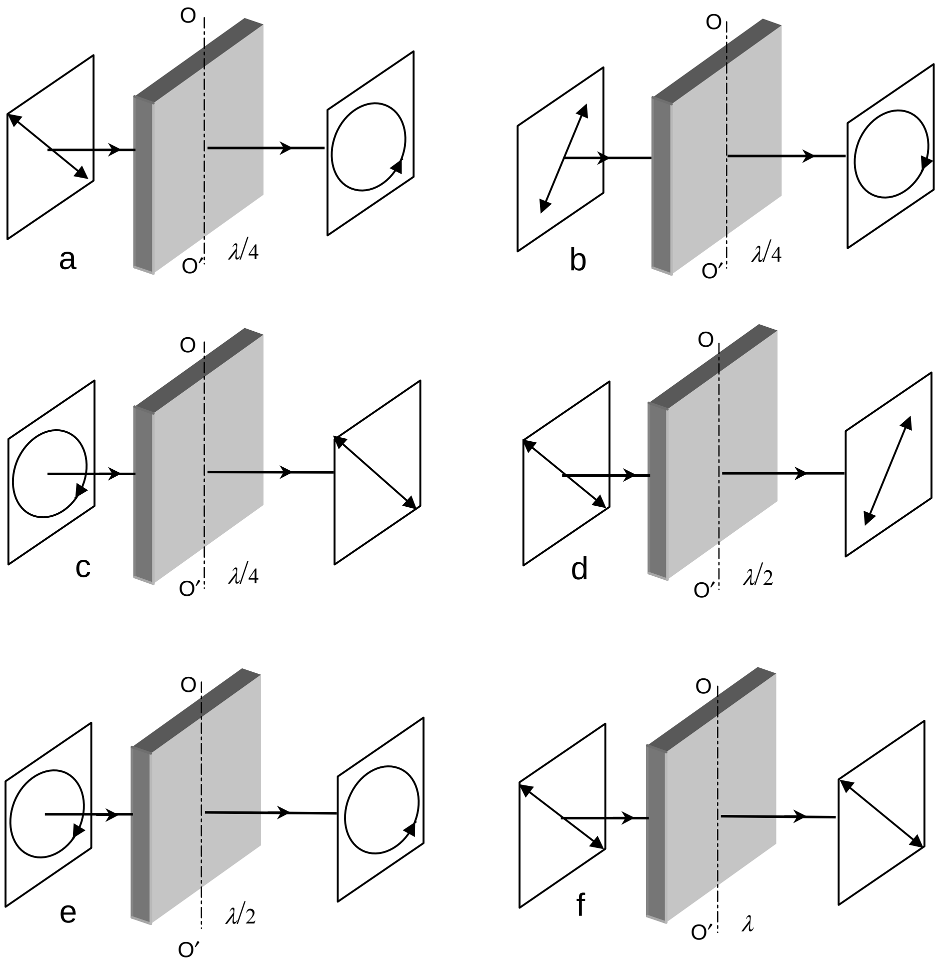
Reiškia, skirtingi bus ir bangų faziniai sklidimo greičiai kristale $v_o = c/n_o$ ir $v_e = c/n_e$.

Tarkime, kad į dvejopalaužę plokštelę krinta tiesiai poliarizuota banga. Įėjime abiejų bangų fazės vienodos, o išėjime iš plokštelės susidaręs fazių skirtumas δ priklauso nuo jos storio:

$$\delta = \frac{\omega}{c}(n_o - n_e)\,d = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)\,d\,.$$

Kai $\delta = k\pi$ (čia $k = \pm 1, \pm 2, \ldots$), išėjusioji iš plokštelės banga bus taip pat tiesiai poliarizuota.

Norint dvejopalauže plokštele gauti apskritai poliarizuotą šviesą, fazių



3.1.4 pav. Poliarizuotos šviesos sklidimas per ketvirčio (a, b, c), pusės (d, e) ir bangos ilgio (f) plokštelę skirtumas turi būti lygus $\delta = (2k+1)\pi/2$. Kai n_o ir n_e vertės fiksuotos, ši sąlyga tenkinama tinkamai parinkus plokštelės storį, t. y.

$$(n_o - n_e)\,d = (2k+1)\lambda/4.$$

Tokia plokštelė vadinama *ketvirčio bangos ilgio plokštele*.

Banga apskritai poliarizuojama tada, kai krintančiosios bangos poliarizacijos plokštuma su plokštelės optine ašimi sudaro $\pm\pi/4$ kampą (3.1.4 a,b pav.). Tada bangų amplitudės vienodos ir plokštelė papildo fazių skirtumą dydžiu $\pi/2$.

Jei plokštelės storis toks, kad bangų eigos skirtumas

$$(n_o - n_e)\,d = (2k+1)\lambda/2,$$

tai fazių skirtumas $\delta = (2k+1)\pi$ ir šviesa lieka tiesiai poliarizuota, tik elektrinio vektoriaus virpesių linkmė pakinta 2α (čia α – kampas tarp krintančiosios bangos elektrinio vektoriaus ir plokštelės optinės ašies) (3.1.4 d pav.).

Jei plokštelės storis toks, kad

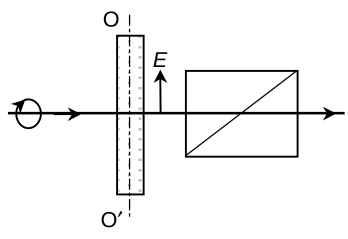
$$(n_o - n_e)\,d = k\lambda \text{ ir } \delta = 2k\pi,$$

tai išėjime susidaro tiesiai poliarizuota banga su tokia pat elektrinio vektoriaus virpesių plokštuma kaip ir įėjime (3.1.4 f pav).

Reikalingas fazių skirtumas susidaro tik tam tikro dažnio bangai. Tą lemia tiesioginė fazių skirtumo δ priklausomybė nuo dažnio ω ir lūžio rodiklio n_o bei n_e dispersija.

Ketvirčio bangos ilgio plokštele galima pakeisti apskritai poliarizuotą šviesą į tiesiai poliarizuotą. Išėjusiosios šviesos poliarizacijos plokštuma sudaro $\pm\pi/4$ kampą su optine ašimi.

Ketvirčio bangos ilgio plokštele galima taip pat atskirti apskritai poliarizuotą šviesą nuo natūraliosios, o elipsiškai – nuo dalinai poliarizuotos. Vien analizatoriaus nepakanka, kad atskirtume šiuos poliarizacijos tipus. Apskritai poliarizuotos kaip ir natūraliosios šviesos intensyvumas perėjęs analizatorių yra vienodas bet kokioje analizatoriaus orientacijoje. Tačiau, jei papildomai naudojama $\lambda/4$ plokštelė, apskritai poliarizuota šviesa tampa tiesiai poliarizuota, kurią galima visiškai susilpninti atitinkamai pasukus analizatorių (3.1.5 pav.).



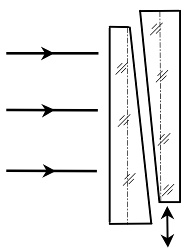
3.1.5 pav. Šviesos analizė $\lambda/4$ plokštele

Natūralioji šviesa gali būti suprantama kaip dviejų ortogonalios orientacijos vienodo intensyvumo bangų suma, ir fazių skirtumas tarp kurių kinta laike atsitiktinai. $\lambda/4$ plokštelės sudarytas papildomas fazių skirtumas nepakeičia atsitiktinio ortogonaliųjų dedamųjų fazių santykio pobūdžio. Todėl perėjusi $\lambda/4$ plokštelę šviesa lieka nepoliarizuota ir jos intensyvumas nekinta sukant analizatorių.

Elipsiškai poliarizuotą šviesą galima suprasti kaip dviejų tiesiai poliarizuotų palei pagrindines elipsės ašis bangų sumą, fazių skirtumas tarp kurių $\pm\pi/2$. Kai tokia šviesa pereina $\lambda/4$ plokštelę, fazių skirtumas papildomas dydžiu $\pm\pi/2$ ir sumoje tampa lygus nuliui arba π, t. y. elipsinė poliarizacija tampa tiesine, kuri aptinkama analizatoriumi. Šiuo atveju $\lambda/4$ plokštelė turi būti orientuota taip, kad jos pagrindinės kryptys (t. y. optinės ašies kryptis ir jai statmenoji) sutaptų su pagrindinėmis elipsės ašimis papildomai naudojant analizatorių. (Prisiminkime, kad apskritai poliarizuotos šviesos pavertimui tiesiai poliarizuota, plokštelė galėjo būti bet kaip orientuota). Taigi pagal plokštelės optinės ašies orientaciją nustatoma elipsės ašių orientacija, o pagal analizatoriaus padėtį, kuriai esant slopinamas išėjęs iš plokštelės pluoštelis, – šių ašių santykis.

Aukščiau aprašytuoju metodu galima atskirti elipsiškai poliarizuotą šviesą nuo dalinai poliarizuotos, kurią galima traktuoti kaip tiesiai poliarizuotos ir natūraliosios šviesų mišinį. Ir vienu, ir kitu atveju sukant analizatorių intensyvumas kinta tarp didžiausių ir mažiausių verčių. Jei papildomai naudojama $\lambda/4$ plokštelė ir tinkamai ji orientuota, tai elipsiškai poliarizuota šviesa tampa tiesiai poliarizuota ir gali būti visiškai užslopinta analizatoriumi. Tuo tarpu iš dalies poliarizuotos šviesos $\lambda/4$ plokštelė neveikia, t. y. išėjęs spindulys nebus užslopintas analizatoriumi.

Poliarizuotosios šviesos analizei dar naudojami įrenginiai, vadinami *kompensatoriais*, kuriais galima sukompensuoti bet kokį fazių skirtumą tarp dviejų bangų iki nulio (arba papildyti iki π). Tai du kvarco pleištai (3.1.6 pav.) ir suglausti sudaro gretasienę plokštelę, kurios optinė ašis yra lygiagreti su jos briauna. Stumdant vieną pleištą kito atžvilgiu, kinta plokštelės storis ir kompensatorius sukuria atitinkamą papildomą fazių skirtumą tarp dviejų bangų.



3.1.6 pav. Kompensatorius

Iš minėtų samprotavimų išplaukia metodas, taikomas praktikoje bendrajai poliarizuotosios šviesos analizei. Tiriamojo šviesos pluoštelio kelyje statomas analizatorius ir apšvietos kitimo analizė jį sukant leidžia padaryti vienareikšmes išvadas:

1. Jei šviesos intensyvumas nekinta naudojant $\lambda/4$ plokštelę ir be jos, šviesa *natūralioji*.

2. Jei be $\lambda/4$ plokštelės šviesos intensyvumas nekinta, o su plokštele stebimi didžiausias ir mažiausias intensyvumai, šviesa poliarizuota *apskritai*. Jei šiuo atveju mažiausias intensyvumas lygus nuliui, šviesa poliarizuota pilnutinai apskritai, o jei nelygus nuliui – iš dalies, t. y. bus dviejų –natūralaus ir apskritai poliarizuoto – pluoštelių suma.

3. Jei intensyvumas be $\lambda/4$ kinta nuo nulio iki kažkokios didžiausios vertės, šviesa *tiesiai* poliarizuota.

4. Jei minimume intensyvumas nelygus nuliui, galimi du atvejai:

a) pastačius prieš analizatorių $\lambda/4$ plokštelę orientuotą taip, kad jos pagrindinės kryptys sutaptų su didžiausio ir mažiausio intensyvumų kryptimis, tai esant kažkokiai analizatoriaus padėčiai, nesutampančiai su pirminio minimumo kryptimi, intensyvumas lygus nuliui. Tada šviesa pilnutinai *elipsiškai* poliarizuota;

b) jei naudojant $\lambda/4$ plokštelę šviesos intensyvumas nelygus nuliui jokioje analizatoriaus padėtyje, tai:

1) kai $\lambda/4$ plokštelė nieko nekeičia analizatoriaus padėtyse, kurios nusako maksimumus ir minimumus, tada šviesa *iš dalies tiesiai* poliarizuota;

2) kai $\lambda/4$ plokštelė pakeičia analizatoriaus padėtis, kurioms atitinka maksimumas ir minimumas, tada bus *iš dalies elipsinė* poliarizacija.

3.2. PLOKŠIOSIOS MONOCHROMATINĖS BANGOS ANIZOTROPINĖJE TERPĖJE. VIENAAŠIAI KRISTALAI

Panagrinėsime šviesos sklidimą skaidrioje anizotropinėje terpėje naudodami elektromagnetinę teoriją. Maksvelo lygtys elektromagnetiniam laukui medžiagoje yra universalios ir gali būti taikomos anizotropinei terpei. Ieškosime jų sprendinių plokščiųjų monochromatinių bangų pavidale, kuriose elektrinio lauko stipris $\boldsymbol{E}$, elektrinė indukcija $\boldsymbol{D}$ bei magnetinė indukcija $\boldsymbol{B}$ priklauso nuo koordinačių ir laiko pagal dėsnį: $\exp \mathrm{i}(\omega t - \boldsymbol{k}\boldsymbol{r})$. Įvesime bangos normalės vienetinį vektorių $\boldsymbol{N}$, nukreiptą bangos vektoriaus $\boldsymbol{k}$ kryptimi:

$$N = \frac{k}{k} = \frac{v}{\omega} k = \frac{\lambda}{2\pi} k .$$

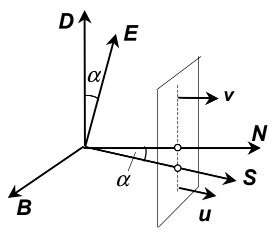
Tada iš Maksvelo lygčių išplaukia:

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{N} \times \boldsymbol{E} &= v\,\boldsymbol{B}\,; \\ \varepsilon_0\, c^2\, \boldsymbol{N} \times \boldsymbol{B} &= -\, v\,\boldsymbol{D}\,; \end{aligned}\right\} \qquad (3.2.1)$$

čia v – bangos fazinis greitis, t. y. greitis, kuriuo vienodų fazių paviršius sklinda bangos normalės $\boldsymbol{N}$ kryptimi.

Pradžioje nagrinėsime tas elektromagnetinės bangos savybes, kurios išplaukia iš (3.2.1) lygčių. Šios savybės nusako vektorių $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B}$ ir $\boldsymbol{N}$ tarpusavio išsidėstymą. Iš antrosios (3.2.1) formulės išplaukia, kad $\boldsymbol{D} \perp \boldsymbol{B}$ ir $\boldsymbol{N}$, o iš pirmosios – $\boldsymbol{B} \perp \boldsymbol{N}$. Taigi sklindančiojoje bangoje vektoriai $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{B}$ ir $\boldsymbol{N}$ sudaro dešiniąją ortogonaliųjų vektorių trijulę. Vektoriaus $\boldsymbol{E}$ kryptis anizotropinėje terpėje bendruoju atveju nesutampa su $\boldsymbol{D}$ kryptimi.

Iš pirmosios (3.2.1) formulės išplaukia, kad $\boldsymbol{E} \perp \boldsymbol{B}$, t. y. vektorius $\boldsymbol{E}$ yra vektorių $\boldsymbol{D}$ ir $\boldsymbol{N}$ plokštumoje (3.2.1 pav.). Tai reiškia, kad sklindančios anizotropinėje terpėje bangos yra skersinės $\boldsymbol{D}$ ir $\boldsymbol{B}$ atžvilgiu, bet bendrai nėra skersinės vektoriaus $\boldsymbol{E}$ atžvilgiu.



3.2.1 pav. Vektorių išsidėstymas anizotropinėje terpėje

Elektromagnetinės bangos energijos pernešimo kryptis nusakoma Pointingo (*Poynting*) vektoriumi $\boldsymbol{S} = \varepsilon_0 c^2 \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$. Norint nusakyti jo kryptį, reikia naudoti vienetinį vektorių $\boldsymbol{s}$, orientuotą $\boldsymbol{S}$ kryptimi:

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{S}/S = (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B})/(E\,B)\,,$$

kuris vadinamas *spindulio vektoriumi*, nes energijos pernešimo kryptis ir yra spindulių kryptis.

Izotropinėje terpėje spinduliai lygiagretūs su bangos normale, tačiau anizotropinėje terpėje yra kitaip. Vektorius $\boldsymbol{s} \perp \boldsymbol{E}$ ir $\boldsymbol{B}$ ir yra toje pačioje plokštumoje, kaip ir $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{E}$ bei $\boldsymbol{N}$ ir su vektoriumi $\boldsymbol{N}$ sudaro tokį pat kampą α, kaip $\boldsymbol{E}$ su $\boldsymbol{D}$.

Vienodų fazių bangos plokštuma sklinda $\boldsymbol{N}$ kryptimi greičiu v. Šios plokštumos sklidimo greitis spindulio vektoriaus $\boldsymbol{s}$ kryptimi vadinamas *spindulio greičiu u*. Kai $\boldsymbol{N}$ ir $\boldsymbol{s}$ nesutampa, spindulio greitis ir fazinis bangos greitis nelygūs. Tarp jų toks sąryšis:

$$v = u \cos\alpha = u\,(\boldsymbol{N}\boldsymbol{s})\,.$$

Spindulių sklidimo (t. y. energijos pernešimo) anizotropinėje terpėje ypatumus nusako bangos dispersija (t. y. fazinio greičio priklausomybė nuo dažnio) ir bangos normalės $\boldsymbol{N}$ nesutapimas su spindulio vektoriumi $\boldsymbol{s}$. Dispersija būdinga izotropinei ir anizotropinei terpei. Norint išskirti ypatumus, savitus tik anizotropinei terpei, nekreipsime dėmesio į dispersiją, t. y. manysime, kad $\mathrm{d}v/\mathrm{d}\lambda = 0$. Tokioje nedispersinėje terpėje spindulio greičio vektorius $\boldsymbol{u} = u\,\boldsymbol{s}$ lemia šviesos bangos energijos pernešimo kryptį ir greitį. Todėl spindulio greičio nustatymas priklausomai nuo spindulio krypties yra svarbiausia užduotis.

(3.2.1) išraiškas pakeisime taip, kad vietoje $\boldsymbol{N}$ būtų spindulio vektorius $\boldsymbol{s}$, o vietoje fazinio greičio v – spindulio greitis u. Tam abi puses vektoriškai padauginsime iš $\boldsymbol{s}$. Dvigubas vektorines sandaugas perdirbsime taip:

$$\boldsymbol{s}\times(\boldsymbol{N}\times\boldsymbol{E}) = \boldsymbol{N}\,(\boldsymbol{s}\,\boldsymbol{E}) - \boldsymbol{E}\,(\boldsymbol{s}\,\boldsymbol{N}) = -\,\boldsymbol{E}\,v/u;$$

$$\boldsymbol{s}\times(\boldsymbol{N}\times\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{N}\,(\boldsymbol{s}\,\boldsymbol{B}) - \boldsymbol{B}\,(\boldsymbol{s}\,\boldsymbol{N}) = -\,\boldsymbol{B}\,v/u.$$

Čia pasinaudota tuo, kad vektorius $\boldsymbol{s}$ ortogonalus vektoriams $\boldsymbol{E}$ ir $\boldsymbol{B}$, o $\boldsymbol{s}\,\boldsymbol{N} = v/u$. Tada (3.3.1) lygtys užrašomos taip:

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{E} = -\,u\,(\boldsymbol{s}\times\boldsymbol{B})\,;\\ &\varepsilon_0\,c^2\,\boldsymbol{B} = u\,(\boldsymbol{s}\times\boldsymbol{D})\,. \end{aligned}\right\}$$

Iš šios lygčių sistemos išplaukia tokia lygtis:

$$(c/u)^2\,\varepsilon_0\,\boldsymbol{E} + \boldsymbol{s}\times(\boldsymbol{s}\times\boldsymbol{D}) = 0.$$

Išskleidus dvigubas vektorines sandaugas ir prisiminus, kad $\boldsymbol{s}^{\,2} = 1$, gaunama tokia lygtis:

$$(c/u)^2\,\varepsilon_0\,\boldsymbol{E} + \boldsymbol{s}\,(\boldsymbol{s}\,\boldsymbol{D}) - \boldsymbol{D} = 0, \tag{3.2.2}$$

kurią turi tenkinti plintančiosios plokščiosios bangos $\boldsymbol{E}$ ir $\boldsymbol{D}$ vertės.

(3.2.2) išraiška išplaukia iš Maksvelo lygčių be prielaidų apie terpės savybes. Tolimesniam nagrinėjimui reikia materialiųjų lygčių, siejančių $\boldsymbol{E}$ su $\boldsymbol{D}$ nagrinėjamojoje terpėje.

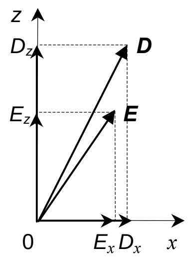
Anizotropinėje terpėje elektrinis poliarizuotumas $\boldsymbol{P}$ bendruoju atveju nesutampa su jį sukeliančio elektros lauko stiprio vektoriumi $\boldsymbol{E}$. Todėl nesutampa $\boldsymbol{E}$ ir $\boldsymbol{D}$ kryptys, t. y. materialioje lygtyje, siejančioje monochromatinėje bangoje $\boldsymbol{E}$ su $\boldsymbol{D}$, dielektrinė skvarba $\varepsilon(\omega)$ yra antrojo laipsnio tenzorius:

$D_i = \varepsilon_0 \, \Sigma \, \varepsilon_{ik}(\omega) \, E_k; \quad (i, k = x, y, z).$

Atitinkamai parinkus koordinačių sistemą, šią išraišką galima supaprastinti. Tada diagonaliniai tenzoriaus ε_{ik} nariai užrašomi taip:

$$\left.\begin{aligned} D_x &= \varepsilon_0 \, \varepsilon_x \, E_x \, ; \\ D_y &= \varepsilon_0 \, \varepsilon_y \, E_y \, ; \\ D_z &= \varepsilon_0 \, \varepsilon_z \, E_z \, . \end{aligned}\right\} \quad (3.2.3)$$

Jei vektorius $\boldsymbol{E}$ nukreiptas vienos iš šių ašių kryptimi, vektorius $\boldsymbol{D}$ sutampa pagal kryptį su juo. Atitinkamos koordinačių ašys x, y, z vadinamos pagrindinėmis tenzoriaus ašimis, o dydžiai ε_x, ε_y, ε_z – jo pagrindinėmis vertėmis arba *pagrindinėmis dielektrinėmis skvarbomis*. Pagrindinių dielektrinių skvarbų verčių skirtumai ir nusako vektorių $\boldsymbol{E}$ ir $\boldsymbol{D}$ krypčių nesutapimą (3.2.2 pav.).



3.2.2 pav. Vektorių $\boldsymbol{D}$ ir $\boldsymbol{E}$ padėtis anizotropinėje terpėje

Jei dvi dielektrinio tenzoriaus ε_{ik} pagrindinės vertės sutampa ($\varepsilon_x = \varepsilon_y$), terpė optiškai vienaašė. Jos optines savybes nusako du parametrai $\varepsilon_\perp \equiv \varepsilon_x = \varepsilon_y$ ir $\varepsilon_\parallel \equiv \varepsilon_z$, vadinami statmenąja ir lygiagrečiąja dielektrine skvarba. Kai vektorius $\boldsymbol{E}$ yra xy plokštumoje, t. y. statmenas z ašiai (z kryptis lygiagreti su optine ašimi), vektorius $\boldsymbol{D}$ sutampa pagal kryptį su juo. Tai reiškia, kad vienaašės terpės optinės (ir elektrinės) savybės pasižymi sukimosi simetrija optinės ašies atžvilgiu, nors kitų savybių (pvz., mechaninių) simetrija gali būti žemesnė.

Optiškai vienaašėms terpėms priklauso visi tetragonalinės, heksagonalinės ir trigonalinės (romboedrinės) sistemos kristalai; optinė ašis sutampa atitinkamai su ketvirtos, šeštos ir trečios eilės simetrijos ašimis. Izotropiškas kietasis kūnas (pvz., stiklas), paveiktas vienalyte tempimo arba spaudimo deformacija viena kryptimi, arba skystis iš anizotropinių molekulių vienalyčiame elektriniame lauke, taip pat optiškai vienaašiai.

Žemesnės simetrijos kristaluose (triklininės, monoklininės, rombinės sistemos) visos trys tenzoriaus ε_{ik} pagrindinės vertės yra skirtingos. Galima įrodyti, kad tada yra dvi linkmės (optinės ašys), palei kurias abi ortogonaliųjų poliarizacijų bangos sklinda vienodu greičiu.

Kubinės sistemos kristaluose (NaCl, CaF_2, deimantas) visos trys dielektrinio tenzoriaus pagrindinės kryptys fiziškai ekvivalenčios, todėl pagrindinės ε_x, ε_y, ε_z vertės vienodos. Tai reiškia, kad tenzorius ε_{ik} išsigimsta į skaliarą ($\boldsymbol{E}$ ir $\boldsymbol{D}$ kryptys visada sutampa) ir kubinės sistemos kristalai optinių savybių atžvilgiu elgiasi kaip izotropinė terpė.

Pereisime prie šviesos sklidimo tyrimo optiškai vienaašiuose kristaluose.

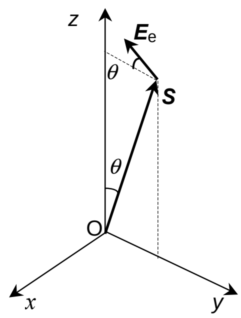
Jei šviesa sklinda išilgai optinės ašies, tai esant bet kokiai jos poliarizacijai vektoriai $\boldsymbol{E}$ ir $\boldsymbol{D}$ yra xy plokštumoje ir, kaip ir izotropinėje terpėje, jų kryptys sutampa. Tada

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0\, \varepsilon_\perp\, \boldsymbol{E}_\perp.$$

Todėl lygiagrečiai su optine ašimi sklindančiosios bangos greitis yra $c/\sqrt{\varepsilon_\perp}$, o poliarizacija gali būti bet kokia. Vėliau parodysime, kad bet kokia kita linkme gali sklisti tik tiesiai poliarizuotos bangos, kurių poliarizacijos kryptys yra ortogonalios ir šių dviejų bangų greičiai skirtingi.

Koordinačių ašių krypčių pasirinkimas xy plokštumoje dėl simetrijos yra laisvas. Tuo pasinaudoję supaprastinsime lygtis.

Tarkim, kad spindulio $\boldsymbol{s}$ kryptis (3.2.3 pav.) sudaro kampą θ su optine ašimi (z ašimi). y ašį parinksime taip, kad ji būtų plokštumoje, sudarytoje optine ašimi ir spinduliu (ji vadinama *vyriausiojo pjūvio plokštuma*). Tada vektoriaus $\boldsymbol{s}$ projekcijos: $\boldsymbol{s}(0,\ \sin\theta,\ \cos\theta\ )$. Skaliarinė sandauga $(\boldsymbol{s}\,\boldsymbol{D})$ (3.2.2) išraiškoje bus $D_y \sin\theta + D_z \cos\theta$. $\boldsymbol{D}$ projekcijas (3.2.2) išraiškoje galima išreikšti materialiomis lygtimis (3.2.3). Įskaičius, kad $\varepsilon_\perp \equiv \varepsilon_x = \varepsilon_y$ ir $\varepsilon_\parallel \equiv \varepsilon_z$, (3.2.2) lygtį galima užrašyti projekcijomis į x, y ir z ašis:



3.2.3 pav. Koordinačių ašių parinkimas

$$\left.\begin{aligned} &[(c/u)^2 - \varepsilon_\perp]\, E_x = 0\,; \\ &[(c/u)^2 - \varepsilon_\perp \cos\theta]\, E_y + (\varepsilon_\parallel \sin\theta\cos\theta)\, E_z = 0\,; \\ &(\varepsilon_\perp \sin\theta\cos\theta)\, E_y + [(c/u)^2 - \varepsilon_\parallel \sin^2\theta]\, E_z = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (3.2.4)$$

Tai vienalyčių lygčių sistema, iš kurios galima išreikšti plokščiosios bangos vektoriaus $\boldsymbol{E}$ projekcijas. Iš pirmosios lygties išplaukia:

$$(c/u)^2 - \varepsilon_\perp = 0;$$

$$u = c/\sqrt{\varepsilon_\perp} = c/n_o.$$

Šiai greičio išraiškai atitinkančios lauko stiprio projekcijos E_z ir E_y lygios nuliui, o E_x gali turėti bet kokią vertę. Tai reiškia, kad šiuo sprendiniu aprašoma banga yra tiesiai poliarizuota x ašies kryptimi, t. y. statmenai optinei ašiai. Spindulio greitis $u = c/n_o$ nepriklauso nuo sklidimo linkmės (kampo θ). Tokia banga vadinama *paprastąja*.

Iš (3.2.4) sistemos antrosios ir trečiosios lygčių išreiškiama dar viena šaknis:

$$u(\theta) = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_\perp \cos^2\theta + \varepsilon_{\parallel} \sin^2\theta}} \quad . \tag{3.2.5}$$

Įrašius ją į (3.2.4), gaunama:

$E_x = 0;\quad E_z / E_y = -\,\mathrm{tg}\,\theta.$

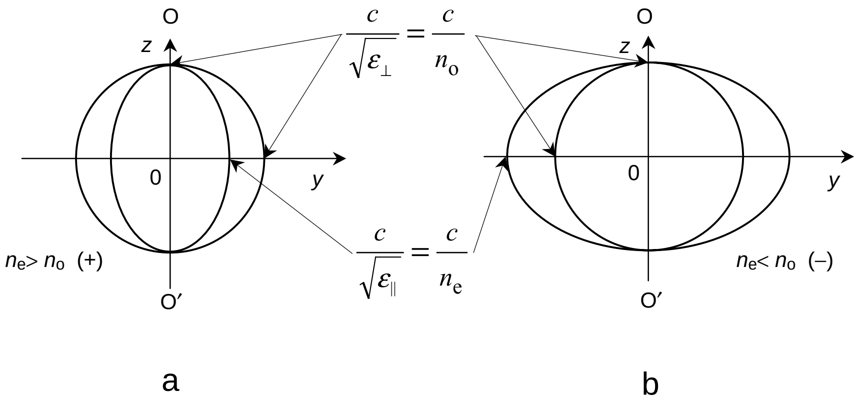
Tai reiškia, kad priklausomu nuo linkmės greičiu $u(\theta)$ sklindančioji banga yra poliarizuota pagrindinio pjūvio plokštumoje ir vektorius $\boldsymbol{E}$ yra statmenas $\boldsymbol{s}$. Ši banga vadinama *nepaprastąja*.

Šalia pagrindinių dielektrinių skvarbų $\varepsilon_\perp$ ir $\varepsilon_\parallel$ vienaašėms terpėms charakterizuoti naudojami taip pat parametrai $n_\mathrm{o} = \sqrt{\varepsilon_\perp}$ ir $n_\mathrm{e} = \sqrt{\varepsilon_\parallel}$, vadinami paprastuoju ir nepaprastuoju lūžio rodikliais.

Norint nustatyti spindulių eigą vienaašiuose kristaluose, sudaroma geometrinė konstrukcija, kurioje naudojami *spindulių greičių paviršiai*. Spindulių greičių paviršius konstruojamas taip. Iš kokio nors taško visomis galimomis kryptimis brėžiami spinduliai ir ant jų atidedamos atkarpos, proporcingos atitinkamiems spindulių greičiams. Atidėtų atkarpų galų visuma sudaro uždarą paviršių, kuris paprastajai bangai bus $n_\mathrm{o} = c/\sqrt{\varepsilon_\perp}$ spindulio sfera, nepaprastajai bangai – sukimosi elipsoidas, kurio pusašiai $c/\sqrt{\varepsilon_\perp}$ ir $c/\sqrt{\varepsilon_\parallel}$ (3.2.4 pav.). Tai matyti iš (3.3.5) išraiškos užrašius ją tokiame pavidale:

$$\frac{u^2\cos^2\theta}{c^2/\varepsilon_\perp} + \frac{u^2\sin^2\theta}{c^2/\varepsilon_{\parallel}} = 1. \tag{3.2.6}$$

Kadangi $u\cos\theta = u_z$ ir $u\sin\theta = u_y$, tai (3.2.6) lygtis greičių erdvėje nusako sukimosi elipsoidą. Spindulių greičių paviršių pjūvis yz plokštumoje pavaizduotas 3.2.4 pav. Kai $n_\mathrm{e} > n_\mathrm{o}$ (kvarcas), ištemptas elipsoidas yra sferos viduje (3.2.4 a pav.). Tokie kristalai vadinami *teigiamaisiais. Neigiamuosiuose* kristaluose $n_\mathrm{e} < n_\mathrm{o}$ (kalcitas) ir sfera yra suploto elipsoido viduje (3.2.4 b pav.).



3.2.4 pav. Spindulių greičių paviršiai vienaašiuose kristaluose

Iš pateiktų paveikslų matyti, kad išilgai optinę ašį (z) abiejų sklindančių bangų greičiai yra vienodi $u = c/n_o$, kurį nusako paprastasis lūžio rodiklis n_o. Šia kryptimi bet kuri plokštuma, kurioje yra optinė ašis, yra pagrindinio pjūvio plokštuma, ir todėl galimos bet kokios tiesinės poliarizacijos kryptys, o taip pat bus lygiavertės apskritiminė arba elipsinė poliarizacija.

Sklindant statmenąja optinei ašiai kryptimi, paprastosios bangos greitis, kaip ir anksčiau, $u_o = c/n_o$, o nepaprastosios bangos, kurioje vektorius $\boldsymbol{E}$ nukreiptas išilgai optinės ašies, greitį $u_e = c/\sqrt{\varepsilon_\parallel} = c/n_e$ nusako nepaprastasis lūžio rodiklis.

Visomis kitomis bangų sklidimo kryptimis vektoriai $\boldsymbol{N}$ ir $\boldsymbol{s}$ nesutampa.